

复杂曲面混合网格的生成算法

陈文亮 孙立波 张 胜

(南京航空航天大学机电学院, 南京 210016)

摘 要 有限元网格质量的好坏对金属成形模拟的精度和效率有很大影响。提出了一种复杂曲面混合网格自动生成算法, 该算法根据所要划分的网格密度形成初始化边界节点, 逐步向内铺砌混合网格, 直至布满整个区域。应用实践表明, 该算法具有稳定、准确和速度快的特点, 生成的网格在相邻曲面边界处不会产生裂缝与覆盖, 很好地满足了金属成形模拟分析软件对网格划分的要求。

关键词 网格 曲面 铺砌 冲突

中图法分类号: TP391.73 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2004)08-1014-05

The Algorithm of Combined Mesh Generator for Complicated Surface

CHEN Wen-liang, SUN Li-bo, ZHANG Sheng

(College of Mechanical and Electronical Engineering, Nanjing University
of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016)

Abstract Finite element analysis (FEA) plays more and more important role in sheet-metal forming. However, if the analysis is performed on a low quality mesh, the FEA can be inaccurate. The algorithm of combined mesh generator for complicated surface is proposed to meet the requirement of sheet-metal forming CAE software. The boundary node of surface is generated according to mesh density first. The combined mesh is paved inside until the region is filled. The offset point acquirement of mesh and combined mesh generating steps are proposed. According to the collision type of mesh, three different solving methods (combination of nodes in loop, separation of loop and join between loops) are discussed. The algorithm has been used to metal forming CAE software. The practical application proves that the algorithm is robust, accurate and fast. The meshes which are generated by this algorithm have no crack and overlay in neighboring boundary of surfaces. It is satisfied for metal forming CAE software.

Keywords mesh, surface, paving, collision

1 引言

网格的自动生成是CAE软件的关键技术之一, 在金属成形模拟中, 变形体的轮廓一般比较复杂, 且变形量大, 随着金属变形过程的进行, 边界单元首先发生畸变, 所以边界单元质量的好坏对有限元模拟的精度和效率有很大的影响。近年来, 复杂裁剪曲面的自动网格剖分技术出现不少, 但大部分限制在三角剖分算法上^[1,2], 也有一些基于铺砌的四边网格生成算法的研究^[3,4]。本文在国内外研究的基础上, 开发了一种准确、高效的复杂曲面混合网格自动生成方法, 网格剖分后在相邻曲面边界处不会产生裂缝与覆盖, 为

减少了网格单元与节点数量, 四边形以矩形为最优网格而不苛求正方形, 三角形以2个较大内角之差最小为最优网格而不苛求等边三角形, 这样便区分了曲面的2个参数方向, 并尽可能多出现四边形网格, 三角形网格仅出现在相邻曲面边界处。

2 混合网格自动生成算法

混合网格自动生成算法的思想是, 根据所要划分的网格密度形成初始化边界节点, 以这些节点构造一条双向链表, 外边界节点采取逆时针排列, 内边界节点采取顺时针排列。在铺砌边界上选取一边作为起始边, 在区域内形成一个四边形单元, 随着单元

的产生,新的节点形成新的铺砌边界,这时的边界又称为当前边界。当第 1 层单元的生成结束后,再以当前边界上的节点向区域内生成第 2 层单元,依此类推,直至网格布满整个区域。铺砌边界不断更新,向区域内铺进,若铺砌边界只剩下 6 个节点,则进行封闭环处理。采用该算法生成的网格具有以下特点:

- (1) 所有网格基本上都是四边形;
- (2) 边界敏感性。由于该算法是从边界开始铺砌的,能保证所生成的网格绝对通过边界的节点;
- (3) 网格的尺寸转化容易。使用该算法可以容易地改变网格单元尺寸的大小;
- (4) 方向无关性。旋转和平移对于网格生成的结果没有影响。

2.1 曲面网格等距点的获取

在混合网格的划分过程中,得到网格的等距点是该算法三维曲面网格单元生成的关键。其理论基础是曲面的第一基本形式和第二基本形式^[6]。如图 1 所示,已知 $N_1(u_1, v_1), N_2(u_2, v_2), N_3(u_3, v_3)$ 3 个节点,必须得到网格单元的第 4 个节点 $N_4(u_4, v_4)$ 。也就是得到 N_4 在参数平面的坐标 u_4, v_4 。

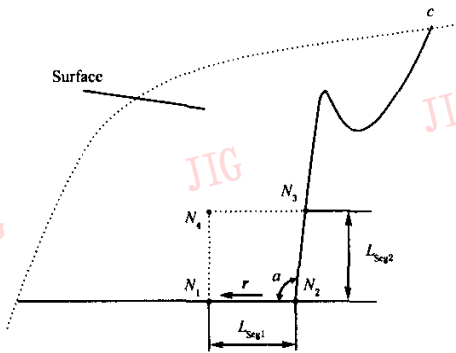


图 1 曲面网格等距点的获取

(1) 坐标系的建立 以 N_2 点为坐标原点, N_2 点的切平面为 XY 平面, r 为 X 向, 定义 r 在 XY 平面的垂线作为 Y 向, Y 的方向与 N_2N_3 在 XY 平面投影之间的夹角应小于 90° 。

(2) 几何矩阵的构造 在编程实现过程中, 采用两个二阶矩阵 M, T 表示几何矩阵,

$$M = \begin{bmatrix} E + 2\sqrt{EG - F^2} & F \\ F & G + 2\sqrt{EG - F^2} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$T = \begin{bmatrix} G + 2\sqrt{EG - F^2} & -F \\ -F & E + 2\sqrt{EG - F^2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中, E, F, G 是曲面的第一基本形式不变量。分开设

示的好处是在矩阵运算过程中不必对矩阵求逆, 而只需调换矩阵的运算顺序即可。

(3) 坐标系旋转矩阵 R 的构造

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (3)$$

(4) 实际网格单元尺寸 L 的确定 L 由 3 个因素确定: 理想长度 L_{Idea} 、图 1 所示的 L_{Seg1} 和 L_{Seg2} 。

$$L = (L_{\text{Idea}} + L_{\text{Seg1}} + L_{\text{Seg2}}) / 3.0 \quad (4)$$

(5) 调整因子 D 的确定

$$D = \sqrt{EG - F^2} (E + G + 2\sqrt{EG - F^2}) L_{\text{Seg1}} \quad (5)$$

(6) 计算 N_4 在 uv 平面的参数 u_4, v_4 。

$$du = u_1 - u_2 \quad (6)$$

$$dv = v_1 - v_2 \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \end{bmatrix} = [du \quad dv] MRT \quad (8)$$

$$D' = L/D \quad (9)$$

$$u_4 = u_1 + D' u' \quad (10)$$

$$v_4 = v_1 + D' v' \quad (11)$$

通过以上运算, 得到了第 4 个节点在参数平面内的 u, v 坐标。通过曲面的插值就可以得到空间坐标 $N_4(x, y, z)$ 。

2.2 混合网格的生成步骤

混合网格生成算法的输入为给定的曲面和初始边界节点, 输出为布满整个曲面区域的混合网格。具体来说, 混合网格的生成大体可分为以下几个步骤:

(1) 在曲面的边界中优选一个段, 其选择原则是该段与相邻段在外边界中具有最小夹角。该段是网格单元的一条边, 得到了网格单元的两个节点 N_1, N_2 。图 2 中的 A_1, B_1 是该段在参数平面的投影。

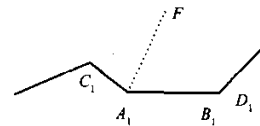


图 2 边界在参数域内的投影

(2) 计算第 3 个节点位置 N_3 。如图 2 所示, C_1, A_1, B_1, D_1 是曲面边界在 uv 平面的投影参数线。判断 C_1, D_1 是否满足网格生成要求, 如果有一个满足, 则满足要求的点即为所求节点 N_3 在参数平面的坐标, 继续步骤 3; 否则需要重新计算 N_3 点的位置, A_1F 是 $\angle C_1A_1B_1$ 的角平分线, 取

$$|A_1F| = (|C_1A_1| + |A_1B_1|) / 2.0 \quad (12)$$

反求 F 所对应的曲面空间坐标,就是节点 N_3 的实际位置。在求 N_3 的过程中,必须使得 N_1N_3, N_2N_3 不能和已经存在的节点环或者网格单元相交,或者单元之间的距离小于给定的最小范围,如果出现这种情况需要对网格合并或者重新计算网格单元。这一步中,重新修改环的节点构成,可以只修改节点邻边的信息。

(3)求 N_4 点的位置。依据 2.1 节曲面网格等距点的获取方法,得到 N_4 点。

(4)判断所求的网格单元是否满足要求。每一个网格单元的品质由下式确定^[6]:

$$S = \frac{1}{8} \left[\sum_{i=0}^4 \left(\frac{|90 - \alpha_i|}{90} 100 \right)^2 + \left(\sum_{i=0}^4 \frac{\max(l_i - h_i, 0)}{h_i} 100 \right)^2 \right] \quad (13)$$

S 代表网格品质的好坏, S 值越大,品质越差。其中 α_i, l_i, h_i 分别是网格单元的角度、边长以及理想边长,一个理想的网格单元的 S 值为 0。

(5)更新节点序列。

3 混合网格算法中网格冲突的处理

在混合网格生成算法中,一排网格完成后,铺砌边界不断更新,向区域内铺进,必须判断边界会不会发生自交或是与其他的边界相交,如果边界环发生自交或者与其他边界环相交,就必须对边界环进行处理,根据不同情况分别进行环内节点的合并、环的分割和环间连接处理。

3.1 3 种常见冲突处理方法

(1)环内节点的合并处理

如图 3 所示,在铺砌网格的过程中,如果当前铺

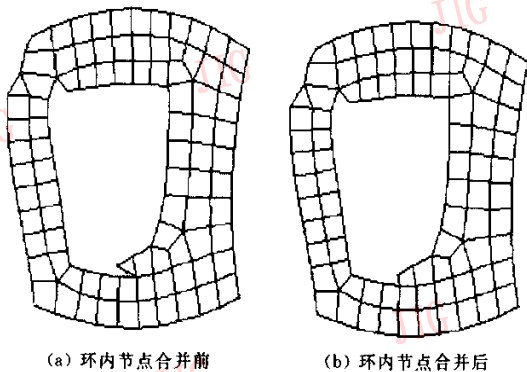
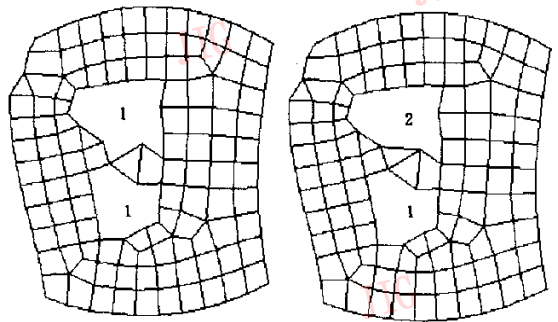


图 3 环内节点合并

砌边界存在凹陷或凸起比较严重的区域,就必须对边界进行合并处理。如果节点内角小于某一给定误差(一般取 30°)时应采取合并处理,合并处理会消除边界的不良区域,同时也会对上次铺砌生成的网格单元产生影响。所以,合并处理应该安排在对上次生成网格的品质检查后进行^[7],以防止合并会产生畸形单元。如果没有对边界进行及时处理,就会对当前铺砌产生的网格以及后续生成的网格产生不良影响。

(2)环的分割处理

如图 4 所示,当一个边界发生自交时,必须对边界环进行分割处理。从而生成几条并行的铺砌边界。



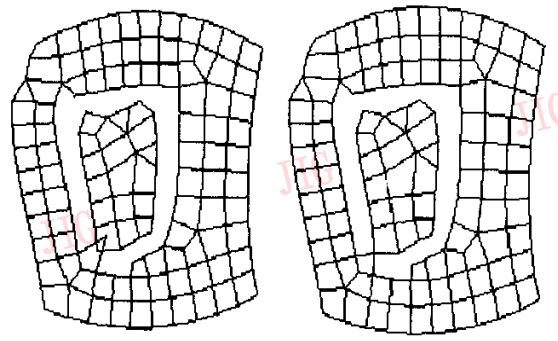
(a) 环分割前 (b) 环 1 被分割成环 1, 环 2

图 4 环的分割处理

对冲突的网格进行处理,使得冲突网格的所有节点位于边界环上,对被处理的网格进行品质检查,如果不符合质量要求则应进行相应的处理。对冲突网格处理完后,铺砌边界被分割。生成的新铺砌边界必须进行上述的环内节点的合并处理。

(3)环间连接处理

如图 5 所示,环间连接处理是将多条符合连接条件的边界合并成一条边界。环的连接处理方法与



(a) 环间连接前 (b) 环间连接后

图 5 环间连接处理

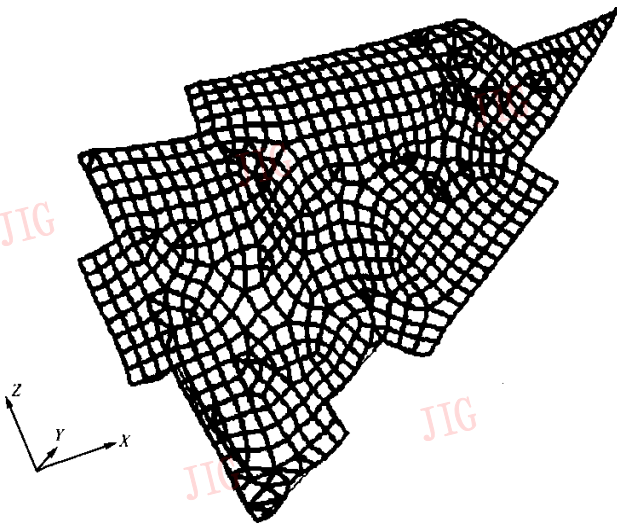
环的分割处理方法完全一致。进行环的连接处理的主要目的是减少冲突检测次数以及增强网格单元的一致性。

3.2 网格冲突检测的时机

选择合适的冲突检测时机对于算法的实现效果十分重要,如果在生成完每一个单元就进行冲突检测,必然使算法的速度受到很大的影响。因此,本文使用一种包络区域检测的方法,也就是在生成一个满包络区域后再开始检测,检测时用包络区域同已生成的单元或者曲面环进行检测。结果证明这种方法可以大大提高算法的执行效率,而算法的结果并没有受到很大的影响。

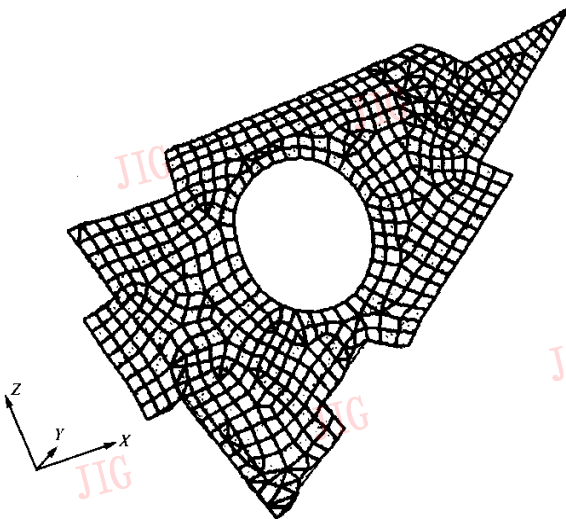
4 应用与结论

本文算法已经成功应用于作者参与开发的 CAE 软件,图 6 为采用该算法生成的具有尖角的非裁剪曲面的混合网格,其中四边网格达到了 82.8%。图 7 为采用该算法生成的具有内部孔洞的裁剪曲面的混合网格,其中四边网格达到了 80.2%。应用实践表明,该算法具有稳定、准确、速度快的特点,很好地满足了金属成形模拟分析软件对网格划分的要求。如果利用预先给定的曲面边界节点进行复杂曲面的混合网格自动生成可很好解决曲



NO. OF ELM	: 676
NO. OF TRIA	: 116
% OF TRIA	: 17.2%
NO. OF QUAD	: 560
% OF QUAD	: 82.8%
NO. OF ELM FAILED	: --
TOTAL	: 1
%	: 0.1%
WARPAGE	: 0
SIZE<MIN	: 0
SIZE>MAX	: 0
ASPECT RATIO	: 0
ANG<MIN(TRI)	: 1
ANG>MAX(TRI)	: 0
ANG<MIN(QUA)	: 0
ANG>MAX(QUA)	: 0
DISTORTED	: 0
DUPLICA NODE	: 0
DUPLICA ELM	: 0
OVERLAP	: 0

图 6 具有尖角的非裁剪曲面的网格化



NO. OF ELM	: 605
NO. OF TRIA	: 120
% OF TRIA	: 19.8%
NO. OF QUAD	: 485
% OF QUAD	: 80.2%
NO. OF ELM FAILED	: --
TOTAL	: 1
%	: 0.2%
WARPAGE	: 0
SIZE<MIN	: 0
SIZE>MAX	: 0
ASPECT RATIO	: 0
ANG<MIN(TRI)	: 1
ANG>MAX(TRI)	: 0
ANG<MIN(QUA)	: 0
ANG>MAX(QUA)	: 0
DISTORTED	: 0
DUPLICA NODE	: 0
DUPLICA ELM	: 0
OVERLAP	: 0

图 7 具有尖角的裁剪曲面的网格化

面之间的拼接和网格修补问题。该算法的时间复杂度为 $O(N)$, 与映射法和堆砌法相比, 时间复杂度基本一致, 但该算法生成的网格具有更好的品质。

参考文献

- 1 丁永祥. 约束 Delaunay 三角剖分与有限元网格自动网格生成[J]. 华中理工大学学报, 1995, 23(6): 39~43.
- 2 闵卫东. 有限元网格划分技术[J]. 计算机研究与发展, 1995, 32(7): 37~42.
- 3 Blacker T D, Stephenson M B. Paving: a new approach to automated quadrilateral mesh generation [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1991, (32): 811~847.
- 4 Lee C K, Lo S H. A new scheme for the generation of a graded quadrilateral mesh[J]. Computers and Structures, 1994, 52(5): 847~857.
- 5 苏步青, 刘鼎元. 计算几何[M]. 上海: 上海科技出版社, 1980.
- 6 Chae S. On automatic mesh construction and mesh refinement in finite element analysis [J]. Computers and Structures, 1989, 32(3/4): 911~936.
- 7 Huerta A, Rodriguez-Ferran A, Diez P. Adaptive finite element strategies based on error assessment [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999, 46(10): 1803~1818.



陈文亮 1966年生。副教授。2001年于南京航空航天大学获航空宇航制造工程专业博士学位。研究方向为 CAD/CAE/CAM、数控技术、虚拟制造、板料成形模拟。
E-mail: cwlme@nuaa.edu.cn



孙立波 1976年生。2003年于南京航空航天大学获航空宇航制造工程专业硕士学位。研究方向为 CAD/CAE/CAM。



张胜 1975年生。2001年于南京航空航天大学获航空宇航制造工程专业硕士学位。研究方向为 CAD/CAE/CAM。

业界新闻

惠普个人工作站全线升级

惠普公司近期宣布其个人工作站产品(Personal WorkStation)全线升级, 原惠普的工作站 xw4100、xw6000、xw8000 三款产品升级为 xw4200、xw6200、xw8200。

此次推出的新产品最具特色的是全部采用了 intel EM64T(Extended Memory 64 Technology)——扩展 64 位技术的 CPU。在 xw6200 与 xw8200 这两款新产品上使用至强 EM64T 处理器, 而 xw4200 装备的是采用 EM64T 技术的 P4 处理器。三款采用扩展 64 位处理器的工作站性能将更高, 速度将更快, 而且可以很好的兼容 32 位的操作系统和应用程序。而 intel 的新款芯片组 E7525 也出现在了 xw6200 和 xw8200 这两款新产品上。此外, 具有纠错功能的 ECC DDR-2 内存和 SATA 硬盘也都使用在了这三款产品中; 为突出人性化的应用功能, 三款产品更突出了冷却及降噪系统的设计, 并且都可以上机架以便集中管理。

惠普个人工作站在许多领域都有应用, 如 CAD/CAM(计算机辅助设计和制造)、DCC(数字内容创作)、EDA(电子设计)、GIS(地理信息系统)以及金融和 OEM 领域。这次升级以及产品性能的提高, 将提高这些行业的工作效率, 为行业用户带来更多价值。